

## PARTIE 4 : MECANIQUE

### Séquence 4 : Travail et énergie

#### Séance 1 : Transfert d'énergie en mécanique

## I. Travail d'une force

### 1. Comment modifier l'énergie d'un système ?

Pour transférer de l'énergie à un système, un autre système (ou opérateur) extérieur doit exercer une force extérieure  $\vec{F}$  sur le système considéré pour le déplacer ou le déformer.

On dit que la force  $\vec{F}$  exerce un travail mécanique sur le système.

**Le travail mécanique d'une force est l'énergie fournie par cette force quand son point d'application se déplace.** Il se note  $W$  (work) et s'exprime en joules (J).

### 2. Travail d'une force constante

Une force est constante si sa direction, son sens et sa valeur restent identiques pendant son déplacement de A à B.

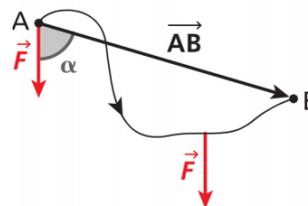
Le travail d'une force  $\vec{F}$  constante,  $W_{AB}(\vec{F})$ , sur le déplacement de A vers B est égal au produit scalaire :

$$W_{AB}(\vec{F}) = \vec{F} \cdot \vec{AB} = F \times AB \times \cos \alpha$$

$F$  est la valeur de la force (en N)

$AB$  est la distance entre les points A et B (en m)

$\alpha$  est l'angle entre les vecteurs  $\vec{F}$  et  $\vec{AB}$  (en degré ( $^\circ$ ) ou en radian (rad))



### 3. Travail, grandeur algébrique

Le travail est une **grandeur algébrique** (positive ou négative) car un système mécanique peut gagner ou perdre de l'énergie.

Cas possibles :

- Si  $\alpha = 90^\circ$  alors  $\cos(90) = 0$  donc le **travail est nul**;
- Si  $\alpha < 90^\circ$  alors  $\cos(\alpha) > 0$  et la valeur du travail est positive: il s'agit d'un **travail moteur**
- Si  $\alpha > 90^\circ$  alors  $\cos(\alpha) < 0$  et la valeur du travail est négative: il s'agit d'un **travail résistant**

### 4. Forces conservatives ou non conservatives

Une force est dite **conservative** si son travail entre deux points A et B quelconques **ne dépend pas du chemin suivi entre ces deux points.**

**Toutes les forces constantes sont conservatives** (mais une force conservative n'est pas forcément une force constante) :

- le poids  $\vec{P}$  dans un champ de pesanteur uniforme
- la force électrique  $\vec{F}_E$  dans un champ électrostatique uniforme.

**Remarque** : si le travail d'une force entre deux points dépend de la trajectoire alors la **force n'est pas conservative** (force de frottement).

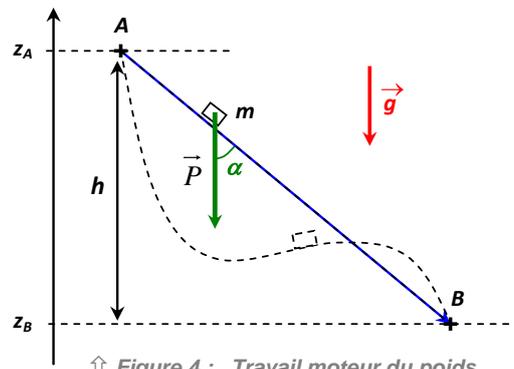
## II. Travaux de quelques forces

### 1. Travail du poids

Au voisinage de la Terre où le champ de pesanteur  $\vec{g}$  est uniforme, le poids  $\vec{P}$  d'un objet est une force constante.

Si l'objet de masse  $m$  passe de A (altitude  $z_A$ ) à B (altitude  $z_B$ ), par définition :

$$W_{AB}(\vec{P}) = \vec{P} \cdot \vec{AB} = P \times AB \times \cos \alpha$$



↑ Figure 4 : Travail moteur du poids

En considérant le triangle rectangle on a :  $\cos \alpha = \frac{h}{AB} = \frac{z_A - z_B}{AB}$

D'où  $AB \times \cos \alpha = z_A - z_B$

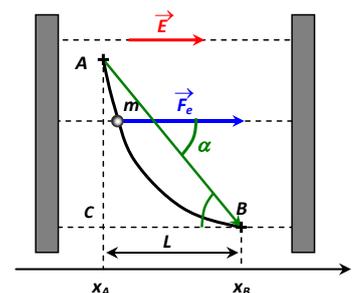
Soit  $W_{AB}(\vec{P}) = P \times (z_A - z_B) = mg(z_A - z_B)$

Le travail du poids lors d'un déplacement de A vers B est indépendant du chemin suivi et ne dépend que de l'altitude de A et B.

### 2. Travail de la force électrique

Le travail d'une force électrique  $\vec{F}_E$  qui s'exerce sur une particule portant une charge  $q$ , qui se déplace d'un point A à un point B dans un champ électrique uniforme  $\vec{E}$  a pour expression :

$$W_{AB}(\vec{F}_E) = \vec{F}_E \cdot \vec{AB} = q\vec{E} \cdot \vec{AB} = qE \times AB \times \cos \alpha$$



↑ Figure 6 : Travail d'une force électrostatique

Or dans le triangle rectangle ABC on a :

$$\cos \alpha = \frac{L}{AB}$$

D'où  $AB \times \cos \alpha = L$

Soit  $W_{AB}(\vec{F}_E) = qE \times L$

avec  $E$  en V/m ;  $q$  en C ;  $L$  en m ;  $W$  en J

or la tension  $U_{AB}$  existant entre deux points A et B d'un champ électrostatique constant  $E$  est telle que :

$$U_{AB} = E \times L \quad \text{d'où} \quad E = \frac{U_{AB}}{L}$$

soit  $W_{AB}(\vec{F}_E) = qU_{AB}$

### 3. Travail d'une force de frottement

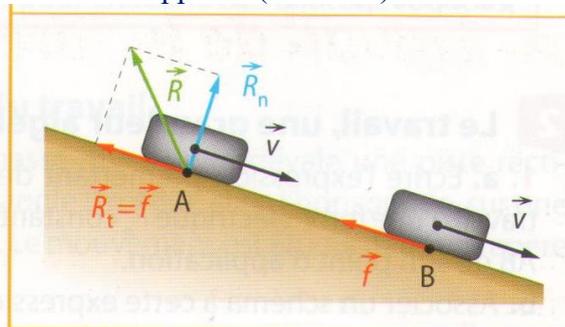
Lorsqu'un solide est en mouvement sur un support ou dans un fluide, celui exerce sur le solide une action mécanique appelée **force de frottement**  $\vec{f}$ .

La force modélisant l'action du support est appelée **réaction du support la force**  $\vec{R}$  et peut être décomposé en ses composantes normale  $\vec{R}_n$  et tangentielle  $\vec{R}_t$  au support avec  $\vec{R}_t = \vec{f}$

Si un solide en mouvement rectiligne est soumis à une force de frottement d'intensité constante  $f$  (en N) constamment opposé à sa vitesse, le travail de cette force lors d'un déplacement est toujours résistant :

$$W_{AB}(\vec{f}) = \vec{f} \cdot \overrightarrow{AB} = f \times AB \times \cos \alpha = -f \times AB$$

car  $\vec{f}$  et  $\overrightarrow{AB}$  sont colinéaires et de sens opposés ( $\alpha = 180^\circ$ )



**Fig. 5** Le travail de la réaction  $\vec{R}$  d'un support est réduit à celui de sa composante tangentielle  $\vec{R}_t$  ou force de frottement  $\vec{f}$ .

Remarque : quelque soit le déplacement de l'objet la composante normale reste perpendiculaire au déplacement : son travail est nul.

Plus le trajet entre A et B est long plus le travail de la force de frottement est grand c'est donc une force **non conservative**.

*Son sens toujours contraire au mouvement change avec celui de la vitesse. Par conséquent le travail qu'elle fournit dépend du chemin suivi par son point d'application.*

### III. Energie mécanique d'un système

#### 1. Énergies potentielles associées à des forces conservatives

Le travail d'une force conservative dépend uniquement des positions du point de départ et du point d'arrivée.

Il peut donc être défini comme la variation d'une caractéristique du système appelée énergie potentielle  $E_{pp}$  dépendant de la position du système dans son environnement.

On a montré que :

$$W_{AB}(\vec{P}) = mgz_A - mgz_B$$

$$W_{AB}(\vec{F}_e) = qV_A - qV_B$$

Soit :

$$W_{AB}(\vec{P}) = E_{pp_A} - E_{pp_B} = -(E_{pp_B} - E_{pp_A})$$

$$W_{AB}(\vec{F}_e) = -(E_{pe_B} - E_{pe_A})$$

Donc :

$$W_{AB}(\vec{P}) = -\Delta E_{pp}$$

$$W_{AB}(\vec{F}_e) = -\Delta E_{pe}$$

Quelque soit le déplacement pour aller de A vers B, on aura :

$$\Delta E_P = E_{P_B} - E_{P_A} = -W_{AB}(\vec{F}^{conservative}) \quad \left| \begin{array}{l} W \text{ en } J \\ E \text{ en } J \end{array} \right.$$

**Une énergie potentielle n'est définie que pour les forces conservatives.**

#### 2. L'énergie mécanique

Par définition l'énergie mécanique  $E_m$  d'un système est la somme de son énergie cinétique  $E_c$  et de ses énergies potentielles  $E_{pp}$  associées aux forces conservatives :

$$E_m = E_c + E_{pp} + E_p$$

avec

$$E_c : \text{énergie cinétique } E_c = \frac{1}{2} m v^2$$

$$E_{pp} : \text{énergie potentielle de pesanteur } E_{pp} = mgz + K \text{ (K choisie arbitrairement)}$$

$$E_p : \text{énergie potentielle associée à chaque force conservative autre que celle de pesanteur}$$

#### 3. Transferts énergétiques au cours d'un mouvement

**Théorème de l'énergie mécanique :**

La variation de l'énergie mécanique d'un système entre deux points A et B, est égale à la somme des travaux des forces non conservatives  $\vec{F}_1, \vec{F}_2$  etc.... qu'il subit sur le trajet allant de A à B :

$$\Delta E_m = E_m(B) - E_m(A) = W_{AB}(\vec{F}_1) + W_{AB}(\vec{F}_2) + \dots$$

**Si le système (subit au moins une force non conservative) ne subit que des forces conservatives, son énergie mécanique (n'est pas constante) est constante au cours du mouvement :  $\Delta E_m = 0$ .**