PARTIE 4 : MECANIQUE
Séquence 3 : Mécanique céleste
Séance 1 : Mouvements des satellites et des planètes

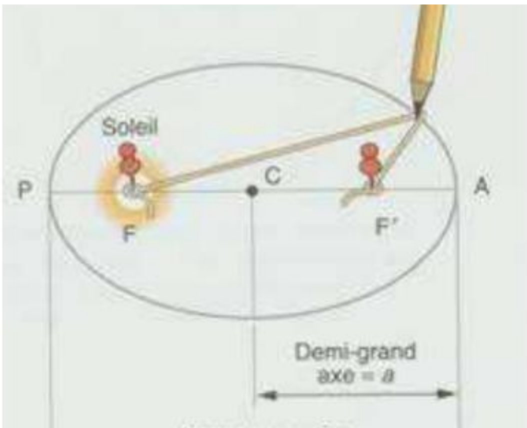
I. Les lois de Képler

On utilise le référentiel **galiléen héliocentrique** pour étudier le mouvement des satellites et des planètes du système solaire.

Les 3 lois empiriques *(qui s'appuient exclusivement sur l'expérience et l'observation)* de Képler sont *(à connaitre par cœur)*

- 1re loi : loi des orbites

Dans le référentiel héliocentrique, la trajectoire des planètes est une ellipse dont l'un des foyers est le centre du Soleil. Ces orbites sont planes.



F et F' sont les foyers de l'ellipse et **a** le demi grand axe. Si F et F' sont confondus, on retrouve un cercle.

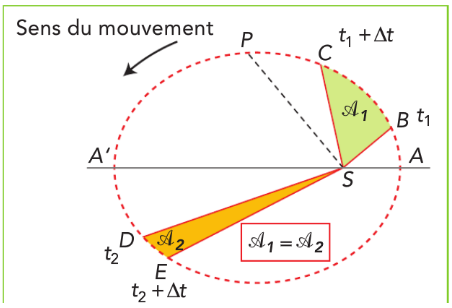
La durée mise par une planète pour revenir à un même point de son orbite s'appelle la période de révolution T.

- 2e loi : loi des aires

Pendant une durée donnée Δt, le rayon qui joint le centre du Soleil au centre de la planète balaie une aire $\mathcal{A}$ constante quel que soit la position de la planète sur son orbite.

La vitesse d'une planète est d'autant plus élevée qu'elle est proche du Soleil :

- elle est maximale en P (**périhélie**, point le plus proche du Soleil)
- elle est minimale en A (**aphélie**, point le plus éloigné du Soleil)



Remarque : si l'orbite est circulaire le mouvement de la planète sera uniforme

- 3e loi : loi des périodes

Le carré de la période de révolution T d'une planète est proportionnel au cube du ½ grand axe a de son orbite elliptique.

$$\frac{T^2}{a^3} = k$$

La valeur de k est la même pour toutes les planètes du système solaire.

Les lois de Kepler s'appliquent aux mouvements des satellites de la Terre étudiés dans le référentiel géocentrique.

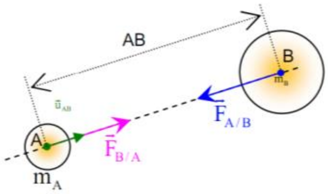
II. Mouvement des planètes et des satellites

1. Force d'interaction gravitationelle

Pour expliquer les lois du mouvement des planètes établies par Képler, Newton énonce la loi :
Deux corps A et B (à répartition sphérique de masse : toute la masse concentrée au centre du corps), de masse m_A et m_B exercent l'un sur l'autre une force attractive gravitationnelle :

$$\vec{F}_{A/B} = -\vec{F}_{B/A} = -G\frac{m_A m_B}{AB^2}\vec{u}_{AB}$$

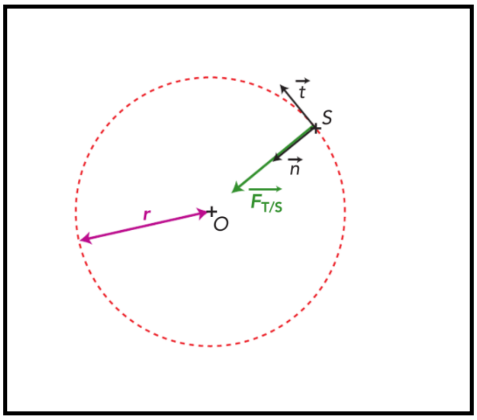
Avec :
- $G = 6{,}67 \times 10^{-11}$ N m² kg^{-2} constante de gravitation universelle
- m_A et m_B en kg
- d = AB en m
- $\vec{u}_{AB}$ vecteur unitaire dirigé de A vers B



2. Caractéristiques du mouvement des satellites

a. Accélération

<u>Système étudié</u> : {satellite S} de masse m_{sat}
<u>Référentiel</u> : géocentrique supposé galiléen
Le mouvement étant plan, on utilise un repère de Frenet mobile $(S, \vec{n}, \vec{t})$ lié au satellite et dont les axes sont dans le plan du mouvement.



<u>Bilan des forces</u> :
On considère que le satellite n'est soumis qu'à la force d'interaction gravitationnelle exercée par la terre :

$$\vec{F}_{T/S} = G\frac{m_{sat} \times M_T}{r^2}\vec{n}$$

Il peut aussi y avoir les forces : - d'attraction gravitationnelle exercée par les autres astres de l'Univers - les forces de frottement exercées par l'atmosphère terrestre

<u>Application de la 2e loi de Newton</u> :

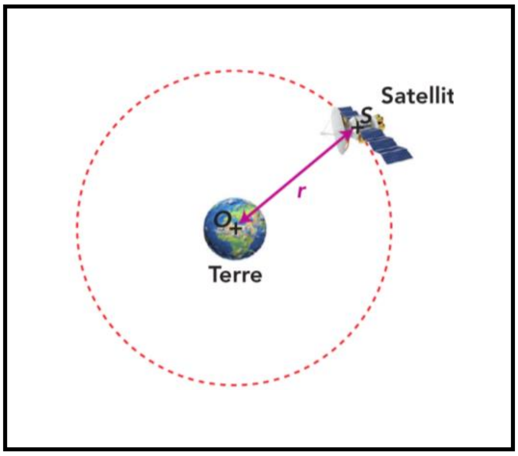
$$\vec{F}_{T/S} = m_{sat}\vec{a}_G = G\frac{m_{sat} \times M_T}{r^2}\vec{n}$$

Donc : $\vec{a}_G = G\frac{M_T}{r^2}\vec{n}$

l'accélération est centripète (dirigée vers le centre de la trajectoire) et est indépendante de la masse du satellite

b. Vitesse

On a montré que : $\vec{a}_G = G\frac{M_T}{r^2}\vec{n}$



De plus dans le repère de Frenet :

$$\vec{a}_G = \frac{dv}{dt}\vec{t} + \frac{v^2}{r}\vec{n}$$

Par identification :

$$\begin{cases} \frac{dv}{dt} = 0 & \text{relation (a)} \\ G\frac{M_T}{r^2} = \frac{v^2}{r} & \text{relation (b)} \end{cases}$$

- De la relation (a) : $\frac{dv}{dt} = 0$ on peut en déduire que la valeur de la vitesse est constante. Le mouvement circulaire est donc **uniforme**.

- De la relation (b) : $G\frac{M_T}{r^2} = \frac{v^2}{r}$ on en déduit l'expression de la valeur de la vitesse.

  Soit $v = \sqrt{\frac{GM_T}{r}}$

Or r = R + h (rayon de la trajectoire circulaire) d'où $\mathbf{v = \sqrt{G\frac{M_T}{R+h}}}$

R : rayon de la Terre et h : altitude du satellite

La vitesse d'un satellite n'est fonction que de son altitude h : quand h augmente, v diminue. Elle ne dépend pas de sa masse.

c. Période de révolution T

La période de révolution T est la durée nécessaire pour que la satellite (ou la planète) effectue un tour sur son orbite (de périmètre $2\pi r$) **à la vitesse constante v :**

Soit $v = \frac{2\pi r}{T}$

D'où l'expression de T : $T = \frac{2\pi r}{v} = 2\pi\sqrt{\frac{r^3}{GM_T}}$

En élevant cette relation au carré, on obtient : $T^2 = 4\pi^2\frac{(R+h)^3}{GM_T}$ soit $\frac{T^2}{(R+h)^3} = \frac{4\pi^2}{GM_T} = k$ valeur indépendante de la masse du satellite étudié.

On retrouve bien la 3e loi de Képler